

Podstawy nauk przyrodniczych

Matematyka

Kombinatoryka

dr inż. Małgorzata Szelaĝ

Zakład Genetyki Molekularnej Człowieka
tel. 61 829 59 04
malgorzata.szelaĝ@amu.edu.pl
Pokój 1.118
<http://dhmg.amu.edu.pl/>

Silnię liczby naturalnej n

- ▶ Nazywamy funkcję zdefiniowaną następująco:

$$\begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0, \\ 1 & \text{dla } n = 1, \\ 1 \cdot \dots \cdot n & \text{dla } n > 1. \end{cases}$$

- ▶ Silnię liczby n oznaczamy symbolem $n!$.
- ▶ Przykłady:

$$4!, \frac{5!}{6!}, 3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6, \frac{(n+2)!}{n!}.$$

- ▶ Uporządkowana lista obiektów.

- ▶ W przypadku ciągów kolejność elementów ma znaczenie. Elementy ciągu mogą się powtarzać.

Permutacją zbioru A

- ▶ Nazywamy dowolny ciąg utworzony ze wszystkich elementów A , przy czym każdy element zbioru A występuje w ciągu tylko raz.
- ▶ Jeśli zbiór A zawiera n elementów, to liczba P_n wszystkich permutacji tego zbioru wynosi $n!$.
- ▶ Weźmy pod uwagę zbiór $A = \{a, b, c, d\}$. Ile możemy ułożyć permutacji?

- ▶ Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5?
- ▶ W kolejce stoi 5 osób, oznaczmy je: A, B, C, D, E. Na ile sposobów można przestawić osoby, tak aby:
 - ▶ Między osobami A i B stała jedna inna osoba?
 - ▶ Między osobami A i B stały dwie inne osoby?

Wariacją z powtórzeniami

- ▶ Nazywamy dowolny ciąg o długości k , którego wyrazy pochodzą z n -elementowego zbioru A .
- ▶ Jeśli zbiór A zawiera n elementów, to liczba W_n^k wszystkich wariacji z powtórzeniami o długości k wynosi n^k .
- ▶ Ile możemy stworzyć dwuelementowych ciągów ze zbioru $A = \{a, b, c, d\}$?

Wariacją bez powtórzeń

- ▶ Nazywamy ciąg o długości k , którego wyrazy pochodzą z n -elementowego zbioru A i nie powtarzają się.
- ▶ Jeśli zbiór A zawiera n elementów, to liczba V_n^k wszystkich wariacji bez powtórzeń o długości k wynosi $\frac{n!}{(n-k)!}$.
- ▶ Ile możemy stworzyć dwuelementowych ciągów bez powtórzeń ze zbioru $A = \{a, b, c, d\}$?

Zadania

- ▶ Na ile sposobów można ustawić pięcioosobową kolekę wybierając ludzi z grupy 10 osób?
- ▶ Ile jest liczb siedmiocyfrowych, w których cyfry się nie powtarzają i pierwsze trzy cyfry są nieparzyste a pozostałe są parzyste?
- ▶ Rzucamy pięć razy monetą. Za każdym razem zapisujemy wynik O dla orła lub R dla reszki, na przykład: RRORO. Ile takich ciągów możemy otrzymać.
- ▶ Budynek składa się z 4 pięter. Do windy wchodzi na parterze 6 osób. Na ile sposobów mogą oni opuścić windę na kolejnych piętrach?

Symbolem Newtona

- ▶ Nazywamy wyrażenie $\binom{n}{k}$ (czytamy n po k) zdefiniowane następująco:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}.$$

- ▶ Zarówno n jak i k są liczbami naturalnymi.
- ▶ $k \leq n$.

Kombinacja k-elementowa

- ▶ Nazywamy dowolny k-elementowy podzbiór zbioru A.
- ▶ Jeśli zbiór A zawiera n elementów, to liczba C_n^k k-elementowych kombinacji wynosi $\binom{n}{k}$.
- ▶ **Kombinacja jest zbiorem, nie ciągiem.**

- ▶ W "Dużym Lotku" wybieramy 6 liczb z 49. Ile jest możliwych wyników w tej grze?
- ▶ W klasie jest 10 dziewczyn i 14 chłopców. Na ile sposobów możemy wybrać grupę osób, w której są 2 dziewczyny i 4 chłopców?