

PERMUTACJE

Z1. Oblicz:

a) $\frac{8!}{6!}$, b) $\frac{6! \cdot 5!}{5! \cdot 4!}$, c) $\frac{9! - 7!}{7! \cdot 3!}$, d) $\frac{25! + 26!}{26! - 25!}$

Z2. Doprowadź do najprostszej postaci wyrażenia:

a) $\frac{n!}{(n-2)!}$ b) $\frac{(n+1)!}{n!}$

Z3. Sprawdź czy prawdziwa jest równość:

$$\frac{[(n+1)!]^2}{n! \cdot (n-1)!} = n(n+1)^2.$$

Z4. Ankieta złożona ma być z trzech pytań: A, B i C. Na ile sposobów można ją ułożyć zmieniając tylko kolejność pytań?

Z5. Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach utworzonych z cyfr 1, 2, 3, 4?

Z6. Na ile sposobów może usiąść na ławce 6 osób?

Z7. Ile liczb siedmiocyfrowych można zapisać za pomocą cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, jeśli cyfry nie mogą się powtarzać?

Z8. Liczba permutacji n elementów jest 30 razy mniejsza od liczby permutacji $n + 2$ elementów. Oblicz n .

Z9. Na ile różnych sposobów może usiąść 8 osób przy okrągłym stole, jeżeli:

- a) uwzględniamy miejsca zajmowane przy stole (krzesła są ponumerowane),
- b) uwzględniamy tylko rozmieszczenie osób względem siebie.

Z10. Należy ustawić pięć osób w szeregu tak, aby:

- a) osoby X i Y stały obok siebie,
- b) pomiędzy osobami X i Y stały dwie osoby.

Na ile sposobów można to zrobić w każdym z wymienionych przypadków?

WARIACJE BEZ POWTÓRZEŃ

Z1. Dany jest zbiór $X = \{1, 2, 3\}$. Wypisz wszystkie możliwe liczby dwucyfrowe o różnych cyfrach, jakie można utworzyć z elementów zbioru X . Ile jest wszystkich możliwości?

Z2. Szyfr do sejfów składa się z czterech różnych cyfr od 1 do 9 włącznie. Ile jest wszystkich możliwości, jeżeli pierwsza cyfra jest większa od 6?

Z3. Z urny, w której znajduje się 9 ponumerowanych kul od 1 do 9 włącznie, losujemy kolejno bez zwracania 3 kule. Zapisując wyniki losowań tworzymy liczby trzycyfrowe. Ile można utworzyć w ten sposób liczb mniejszych od 780?

Z4. W finale konkursu matematycznego bierze udział 10 uczestników. Ile jest możliwości zajęcia przez nich trzech pierwszych miejsc, jeżeli uwzględniamy kolejność (I, II i III miejsce)?

Z5. Ile jest wszystkich liczb pięciocyfrowych o różnych cyfrach, podzielnych przez 5?

Z6. W pewnej fabryce postanowiono wprowadzić identyfikatory dla pracowników w niej zatrudnionych. Numer każdego identyfikatora ma być inny. Składać ma się on w kolejności: najpierw z dwóch różnych liter ze zbioru $\{A, B, C, D\}$, a następnie z trzech różnych cyfr spośród wszystkich możliwych (zero może stanowić pierwszą z trzech cyfr). Czy każdy pracownik tej fabryki otrzymałby identyfikator, gdyby liczba wszystkich zatrudnionych wynosiła 8600?

WARIACJE Z POWTÓRZENIAMI

Z1. Ile różnych wyników możemy otrzymać rzucając trzy razy monetą?

Z2. Na ile różnych sposobów mogą 4 osoby wsiąść do tramwaju złożonego z dwóch wagonów?

Z3. Na ile różnych sposobów można włożyć pięć różnych przedmiotów do trzech szuflad?

Z4. Do windy w dziesięciopiętrowym budynku, stojącej na parterze, wsiadło 6 osób. Na ile sposobów mogą one wysiąść z windy na poszczególnych piętrach?

Z5. W urnie znajduje się 8 ponumerowanych kul od 1 do 8. Losujemy kolejno 3 kule, zwracając je za każdym razem do urny po zapisaniu ich numerów. Ile liczb trzycyfrowych możemy w ten sposób otrzymać?

Z6. Ile różnych wyników możemy otrzymać przy:

a) sześciokrotnym rzucie monetą,

b) rzucie sześcioma monetami o różnych nominałach?

Z7. Rzucamy cztery razy kostką do gry, zapisując liczbę oczek uzyskanych w kolejnych rzutach. Ile różnych liczb czterocyfrowych możemy w ten sposób otrzymać?

Z8. Ile różnych sześciocyfrowych numerów telefonów może zaproponować centrala swoim abonentom?

Z9. Ile można utworzyć wszystkich parzystych liczb pięciocyfrowych?

KOMBINACJE

Z1. Oblicz:

a) $\binom{6}{4}$, b) $\binom{15}{15}$, c) $\binom{n}{1}$ dla $n \in \mathbb{N}$, d) $\binom{n}{0}$ dla $n \in \mathbb{N}$,
e) $\binom{n}{n-1}$ dla $n \in \mathbb{N}_+$.

Z2. W urnie znajdują się 4 kule: biała, czarna, niebieska i zielona. Losujemy bez zwracania 2 kule. Ile możemy otrzymać różnych wyników losowania?

Z3. W urnie znajduje się 20 kul ponumerowanych od 1 do 20. Losujemy bez zwracania 3 kule. Ile jest możliwości wylosowania wszystkich 3 kul o numerze, będącym liczbą parzystą?

Z4. Oblicz:

a) C_5^5 , b) C_4^2 , c) $C_{16}^0 + C_{20}^1$, d) $C_9^7 \cdot C_5^4$.

Z5. Ile jest wszystkich odcinków łączących wierzchołki ośmiokąta wypukłego?

Z6. W klasie jest 24 uczniów, w tym 10 dziewcząt. Na ile sposobów można wybrać 2-osobową delegację złożoną z uczennicy i ucznia?

Z7. Ile nastąpi uścisków dłoni, gdy spotka się 10-osobowa grupa znajomych, zakładając, że wita się każdy z każdym?

Z8. Z talii liczącej 52 karty losujemy bez zwracania pięć kart. Ile istnieje możliwych wyników losowania, w których otrzymamy dokładnie dwa kiery?

Z9. W urnie znajduje się 10 kul białych i 6 czarnych. Losujemy bez zwracania 4 kule. Ile jest możliwych wyników losowania, w których dokładnie trzy kule będą tego samego koloru?